

**Apostila 1.**  
ÍNDICE

- Refração e Lei de Snell Descartes p. 1 - 2
  - Lista: Refração e Lei de Snell Desc.
- Dioptro, lâminas e reflexão total p. 2 - 5
  - Lista: Dioptro plano e reflexão tot.
- Dispersão e prismas p. 5 - 6
  - Lista: Prismas e dispersão cromática

**CLASSIFICAÇÃO DE IMAGENS**

Antes de começarmos, vamos ver alguns detalhes sobre classificação de imagens. Isso é particularmente importante quando estiver estudando espelhos esféricos e lentes esféricas.

Observe a Figura 1 e note que:

- Quando os raios luminosos chegam no elemento ótico, estes raios estão relacionados ao ponto objeto;
- Quando os raios luminosos saem no elemento ótico, estes raios estão relacionados ao ponto imagem;
- Quando os raios luminosos passam pelo ponto em interesse, estamos falando de um ponto real;
- Quando os raios luminosos não passam pelo ponto em interesse e, portanto, temos que prolongá-lo, estamos falando de um ponto virtual (onde os prolongamentos se cruzam).

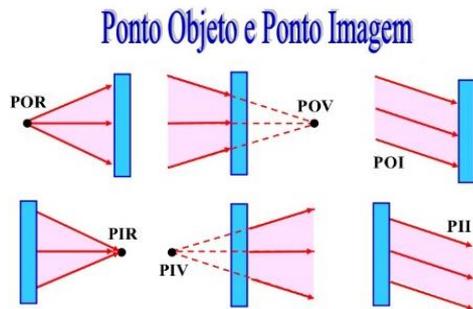


Figura 1: Classificação de ponto imagem e ponto objeto.

- POR ● Ponto objeto real
- POV ● Ponto objeto virtual
- PIR ● Ponto imagem real
- PIV ● Ponto imagem virtual
- POI ● Ponto objeto impróprio
- PII ● Ponto imagem imprópria

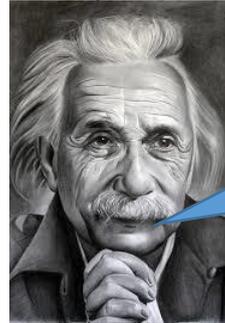
Lembre-se então do que já vimos em espelhos esféricos e as classificações. Voltaremos nessas informações quando formos estudar lentes esféricas.

**ÍNDICE DE REFRAÇÃO**

A luz é a entidade mais rápida que conhecemos.

**Q. 1 – VELOCIDADE DA LUZ NO VÁCUO**

A velocidade da luz é uma grandeza absoluta, isto é, o seu valor é o mesmo independente do referencial (quando medida no vácuo). Assim, a humanidade descobriu que seu valor é constante, portanto, usaremos a letra  $c$  para representá-la.



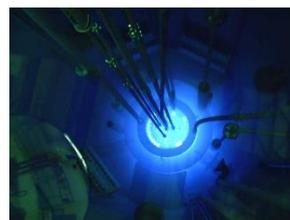
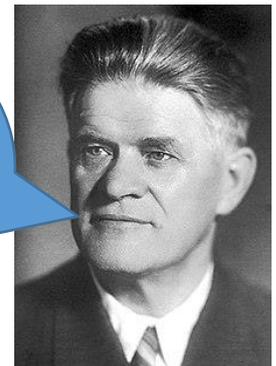
Ta, mas e em outros meios a luz possui a mesma velocidade?

Em um meio material transparente, como a água, por exemplo, dizemos que a luz possui uma velocidade  $v$ , e, portanto, que a água possui um índice de refração  $n$ . Veja a seguir como estas grandezas se relacionam.

**Q. 2 – ÍNDICE DE REFRAÇÃO**

Eq. (01)

Você sabia que se um elétron superar a velocidade da luz em um meio o elétron emite uma radiação que leva o meu nome? Chama-se radiação de Cherenkov.



Esta é a luz que vemos em reatores nucleares como em Angra.

Figura 2: A radiação de Cherenkov pode ser observada em reatores nucleares (fonte: <http://cienciaxreligiao.blogspot.com.br/2013/03/o-universo-dos-taquions-parte-3.html>).

Tabela 1: alguns valores de índice de refração, para materiais comuns.

Meio material	índice de refração (n)
ar	1,00
água	1,33
vidro	1,50
glicerina	1,90
álcool etílico	1,36
diamante	2,42
acrílico	1,49

PROFESSOR DANILO

Q. 3 – RELAÇÃO ENTRE ÍNDICE DE REFRAÇÃO E FREQUÊNCIA DA LUZ

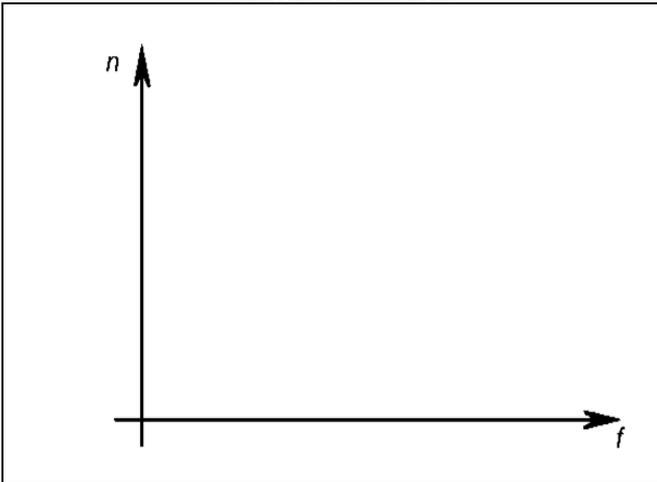


Tabela 2: Alguns valores do índice de refração do vidro *crown* para diversas cores (frequências) da luz

Índice de refração do vidro <i>crown</i>	
Cor	Índice
Violeta	1,532
Azul	1,528
Verde	1,519
Amarelo	1,517
Alaranjado	1,514
Vermelho	1,513

- Observe que apesar de ter certa dependência, esta não é tão perceptível, porém isso que explica a dispersão da luz, como visto em aulas passadas.
- Dizemos que um meio B é mais refringente que um meio A quando  $n_B > n_A$
- **ÍNDICE DE REFRAÇÃO RELATIVO**
  - Podemos definir um índice de refração de um meio A em relação ao meio B como

$$n_{AB} = \frac{n_A}{n_B} \quad \text{Eq. (02)}$$

Dispersão da luz:

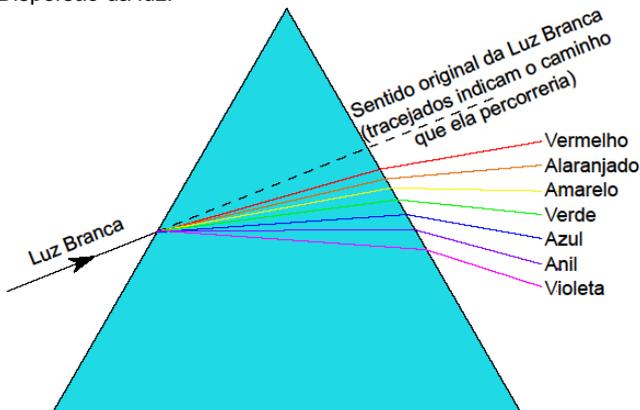


Figura 3: Dispersão da luz quando atravessa um prisma.

REFRAÇÃO – TERCEIRO ANO – 22/03/2024

**PRINCÍPIO DE FERMAT**

- Lembre-se que a luz procura não o menor caminho, mas o que leva o menor tempo
- Chamamos de dioptro à interface entre dois meios (A e B) homogêneos. Um exemplo disso é o sistema ar-água como a seguir

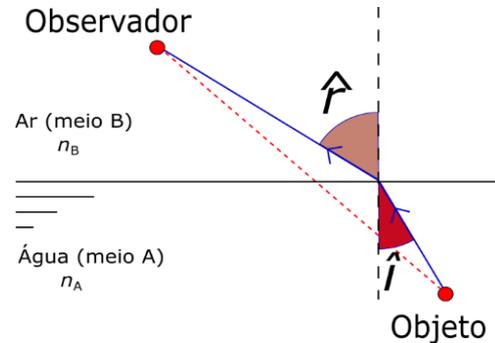


Figura 4: Caminho que a luz percorre ao ir de um meio mais refringente para um meio menos refringente.

- Não faremos aqui, mas é possível demonstrar uma relação entre os índices de refração dos meios e os ângulos de incidência  $\hat{i}$  e de refração  $\hat{r}$ .
- Com isso podemos concluir que
  - o Quando um raio vai de um meio menos refringente para um meio mais refringente o raio se aproxima da normal
  - o Quando um raio vai de um meio mais refringente para um meio menos refringentes o raio se afasta da normal

**LEIS DA REFRAÇÃO**

**Primeira Lei da Refração**

O raio refratado, a normal e o raio incidente estão situados no mesmo plano.

**Segunda Lei da Refração**

Lei de Snell-Descartes:  

$$n_A \cdot \sin \hat{i} = n_B \cdot \sin \hat{r} \quad \text{Eq. (03)}$$

**EXERCÍCIOS**

Lista: Refração e Lei de Snell Descartes

**DIOPTRIO PLANO**

A interface entre dois meios com propriedades ópticas diferentes, como água e ar, é chamado de dioptro. Vamos estudar agora o caso em que essa interface é plana.

Quando o observador em um meio A com índice de refração  $n_A$  olha um objeto dentro de um outro meio com índice de refração  $n_B$  de tal forma que o ângulo de incidência  $\hat{i}$  e de refração  $\hat{r}$  sejam pequenos, podemos encontrar uma equação que relaciona as posições do objeto  $p$  e imagem  $p'$  com os índices de refração. Vejamos como.

Observe primeiramente a figura a seguir onde representamos além das variáveis já mencionadas, uma distância horizontal entre a normal do ponto onde o raio incide na interface e a vertical do objeto.

Aqui é importante mencionar que isso só é certo se o objeto e observador estiverem na mesma vertical, ou seja,  $\hat{i} = \hat{r} = 0$ . Se, no entanto, considerarmos os ângulos  $\hat{i}$  e  $\hat{r}$  muito pequenos podemos assumir que a imagem do objeto e o objeto estão na mesma vertical.

PROFESSOR DANILO

REFRAÇÃO – TERCEIRO ANO – 22/03/2024

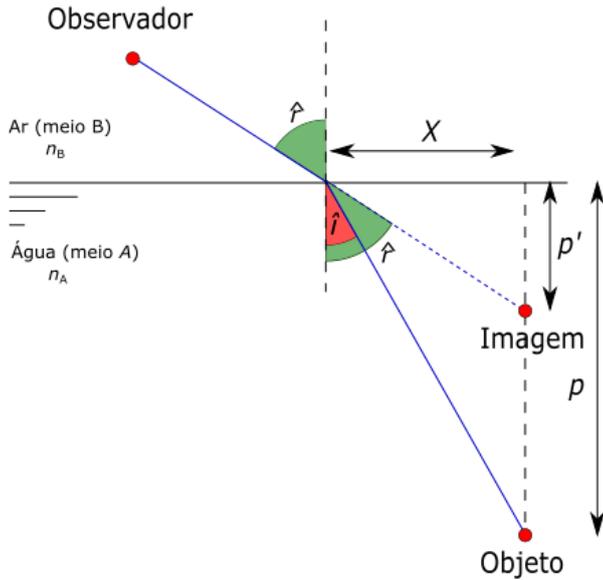


Figura 5: Um raio de luz que sai de um objeto submerso na água e atinge o olho do observador

Para aproximação para pequenos ângulos temos que

$$\begin{cases} \sin \hat{i} \approx \tan \hat{i} \approx \hat{i} \\ \sin \hat{r} \approx \tan \hat{r} \approx \hat{r} \end{cases}$$

desde que estejamos trabalhando com unidades de medidas de ângulos em radianos.

Com estas informações podemos substituir os senos que aparecem na lei de Snell por tangentes, isto é:

$$n_A \cdot \sin \hat{i} = n_B \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow n_A \cdot \tan \hat{i} \approx n_B \cdot \tan \hat{r}$$

Mas pela figura anterior podemos encontrar as tangentes:

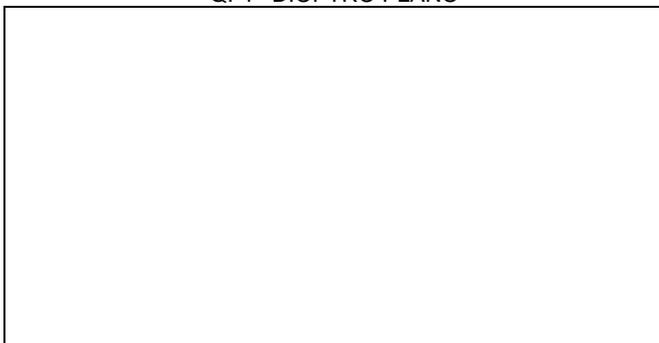
$$\begin{cases} \tan \hat{i} = \frac{X}{p} \\ \tan \hat{r} = \frac{X}{p'} \end{cases}$$

Substituindo as equações do sistema acima na equação da lei de Snell anterior ao sistema temos a relação do dióptro plano:

$$n_A \cdot \frac{X}{p} \approx n_B \cdot \frac{X}{p'} \Rightarrow \boxed{\frac{n_A}{n_B} \approx \frac{p}{p'}}$$

Esta é a equação do dióptro plano e você deve ter cuidado ao usá-la, pois ela é válida apenas quando objeto e observador estiverem numa mesma vertical.

Q. 4 –DIOPTRO PLANO



**REFLEXÃO TOTAL**

Imagine um raio de luz indo do meio mais para o meio menos refringente.

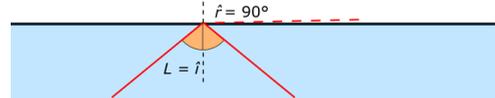
Aumentando-se o ângulo de incidência aumenta-se o ângulo de refração.

Existe um ângulo chamado de ângulo limite  $\hat{L}$  tal que se o raio incidente refratar e sai formando um ângulo  $\hat{r} = 90^\circ$ . Assim, se  $\hat{i} = \hat{L}$  temos:

$$n_A \cdot \sin \hat{i} = n_B \cdot \sin \hat{r} \Rightarrow n_A \cdot \sin \hat{L} = n_B \cdot \sin 90^\circ \Rightarrow$$

$$\boxed{\sin \hat{L} = \frac{n_B}{n_A}}$$

Observe a figura a seguir, isso deve lhe ajudar:



Quando o raio incide com um determinado ângulo, o raio refratado deveria sair formando um ângulo de  $90^\circ$ . Essa é uma condição tal que o raio incidente sofre reflexão total. Chama-se reflexão total porque TODO o raio incidente é refletido. Lembre-se que geralmente os fenômenos de reflexão e refração ocorrem simultaneamente.

Figura 2: Um raio de luz atinge uma interface plana e sofre reflexão total

Q. 5 – ÂNGULO LIMITE



**LÂMINAS DE FACES PARALELAS**

Uma lâmina de material transparente, tais como vidros planos de carros, janelas etc. constituem lâminas de faces paralelas.

Representamos da seguinte maneira um raio de luz atravessando uma lâmina de faces paralelas

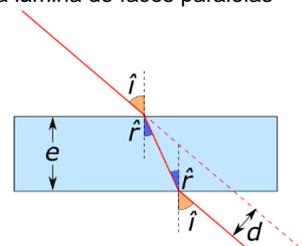


Figura 6: Desvio lateral de um raio ao passar por uma lâmina de faces paralelas de espessura e

Observe que um raio incidente na lâmina sofre um **desvio lateral**  $d$ , ou seja, a direção e o sentido de propagação da luz não mudam quando ela atravessa uma lâmina de faces paralelas.

Se soubermos a espessura  $e$  da lâmina e o ângulo de incidência, podemos determinar o desvio lateral.

PROFESSOR DANILO

**FIBRA ÓTICA**

Atualmente estamos utilizando ondas eletromagnéticas com frequências tão altas que chegaram na frequência do visível. Fibras ópticas são como “fios” que são capazes de direcionar a luz. Para isso a luz deve ser “aprisionada” dentro de um meio óptico. Seja uma fibra óptica imersa em um meio (geralmente o ar) cujo índice de refração é  $n_{ar}$ , com centro tendo índice de refração  $n_{in}$  e revestido por material de índice de refração  $n_{rev}$ . Existe um ângulo de incidência máximo ( $i_{máx}$ ) para que a luz seja guiada.

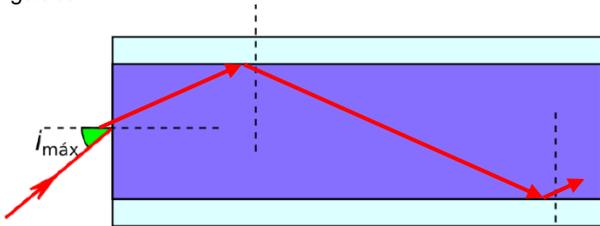


Figura 7: Trajetória de um raio no interior de uma fibra ótica

**POSIÇÃO APARENTE DOS ASTROS E MIRAGEM**

**Posição aparente dos astros**

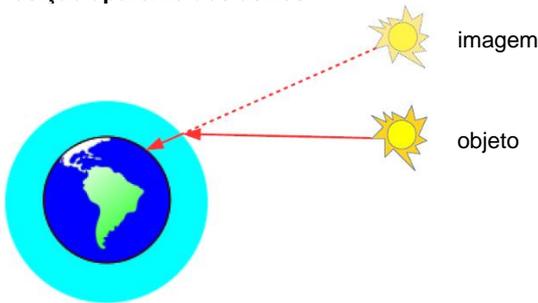


Figura 8: A atmosfera desvia a luz vinda dos astros, por isso eles parecerão mais altos que realmente estão, por isso chamamos este efeito também de elevação aparente dos astros.

Como o índice de refração do ar não é EXATAMENTE igual à 1, a luz proveniente dos astros sofre refração ao entrar na atmosfera, aproximando-se da normal.

**Miragem**

Em dias quentes, temos a impressão de que o asfalto à nossa frente é quase que como um lago

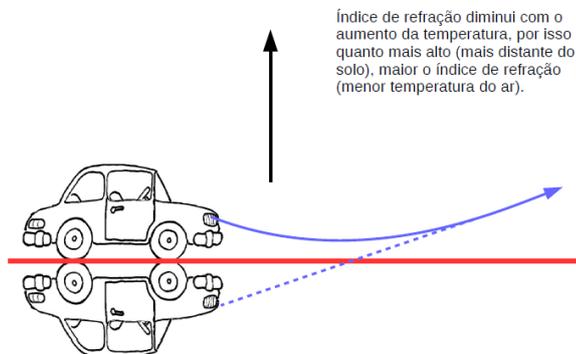


Figura 9: A refração, devido à diferença de temperatura, que causa diferença no índice de refração, produz uma imagem que chamamos de miragem.

Como o índice de refração do ar mais quente é menor, a luz é desviada

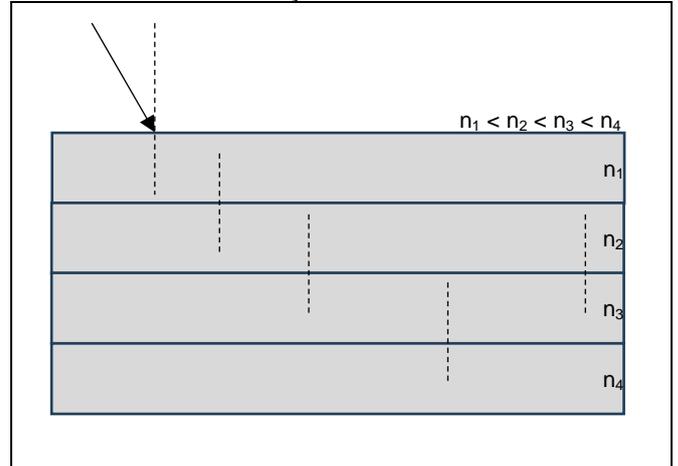
É importante notar que não ocorre em momento algum a reflexão total tal como vemos anteriormente, já que a direção dos raios muda lentamente

**REFRAÇÃO – TERCEIRO ANO – 22/03/2024**

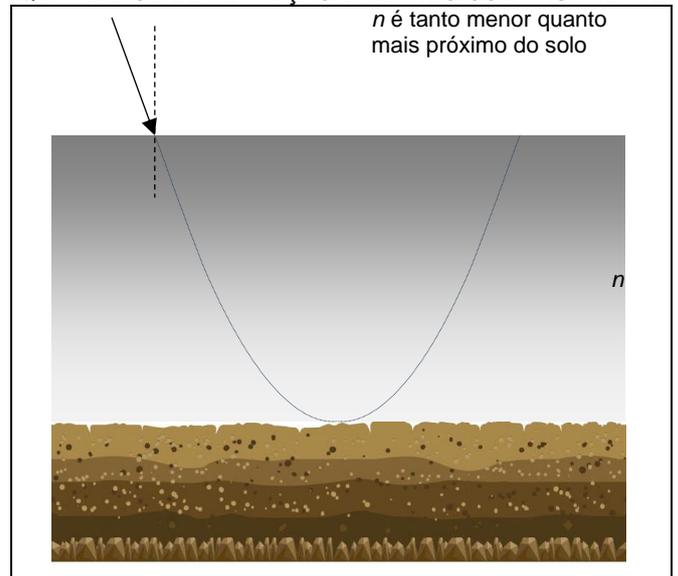
Podemos utilizar então o princípio da reversibilidade da luz para justificar que a luz deve “entortar” para cima, e não sair paralelamente ao solo

Mas cuidado, pois já caiu em vestibular mais de uma vez em que a resposta certa associa o fenômeno à **reflexão total**.

**Q. 6 – ÍNDICE DE REFRAÇÃO VARIANDO DISCRETAMENTE**



**Q. 7 – ÍNDICE DE REFRAÇÃO VARIANDO CONTINUAMENTE**



Observe que isso ajuda a explicar o que está representado na Figura 9.

Mas, e se o dia for frio, podemos ver miragens? Sim...  
**Vejamos a Fata Morgana**

Índice de refração diminui com o aumento da temperatura, por isso quanto mais alto (mais distante do solo), MENOR o índice de refração (MAIOR a temperatura do ar).

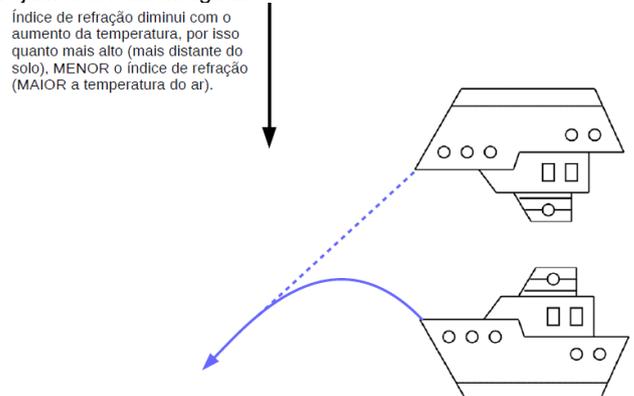


Figura 10: A miragem também pode ocorrer em dias frios. No caso, quando ocorre nos mares, é chamada de fada Morgana (ou fada Morgana).

PROFESSOR DANILO

Vejamos algumas fotos.

MIRAGEM NO DESERTO (NÃO HÁ ÁGUA A FRENTE):



Disponível em: <https://thumbs.dreamstime.com/b/miragem-no-deserto-13581435.jpg>



Disponível em: <https://www.fatosdesconhecidos.com.br/wp-content/uploads/2015/02/2113-600x450.jpg>

FATA MORGANA:



Disponível em <https://mgtvwhm.files.wordpress.com/2015/05/mirage1.jpg?w=650>

**EXERCÍCIOS**

Lista: Dioptra plano e reflexão total

**DISPERSÃO CROMÁTICA**

Se a luz branca atravessar um dioptra ela irá se dispersar, isto é, as cores serão separadas

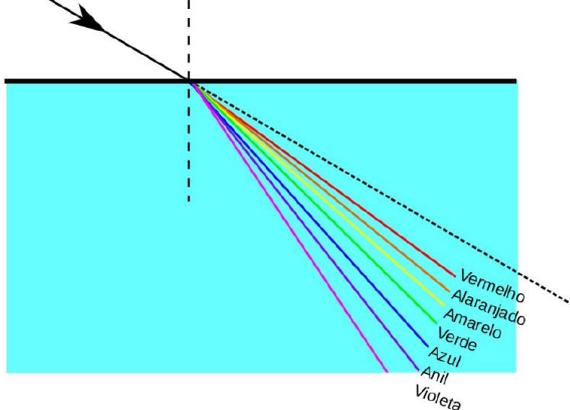


Figura 11: Observe que um raio luminoso, vindo do Sol, se separa em diversas cores quando sofre refração. Note também que o violeta se desvia mais (menor velocidade e maior índice de refração) e o vermelho desvia menos (maior velocidade e menor índice de refração)

REFRAÇÃO – TERCEIRO ANO – 22/03/2024

Lembre-se que a velocidade da luz para todas as frequências é a mesma no vácuo.

Mas quando as ondas se propagam em meios materiais, quanto maior a frequência menor a velocidade. Então, segundo a Lei de Snell, podemos ver que a onda mais lenta sofre maior desvio.

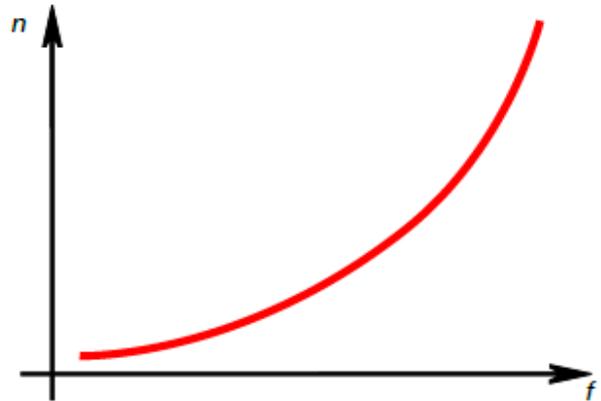


Figura 12: O índice de refração aumenta levemente com o aumento da frequência (lembrando que o vermelho possui menor frequência e o violeta, a maior frequência)

Por fim, isso explica os arco-íris

O ângulo entre o raio incidente e os raios refratados variam de 40 graus (raio violeta) à 42 graus (raio vermelho).

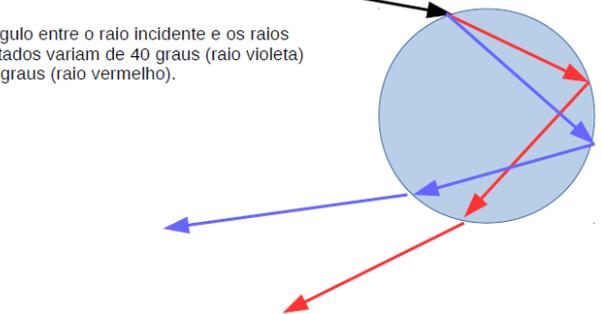
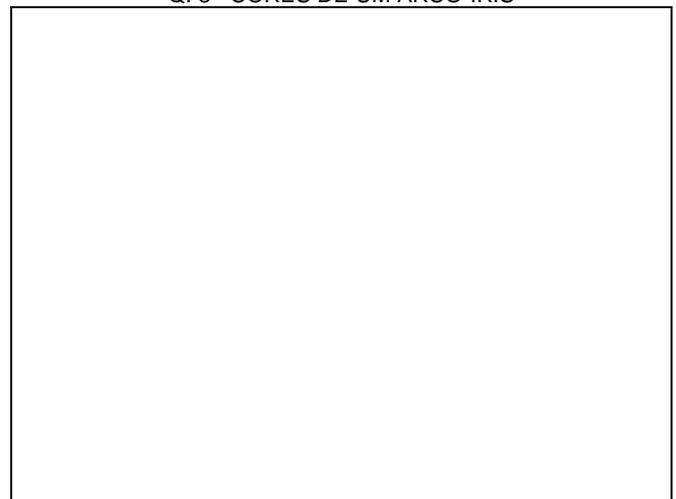


Figura 13: No arco-íris, vemos a luz vermelha em cima. A figura acima pode trazer a impressão contrária, porém veremos no Q. 8 o motivo dessa confusão

**Q. 8 – CORES DE UM ARCO-ÍRIS**



Explique por que, ao olhar o arco-íris, vemos a parte vermelha acima e a azul em baixo. Isso não parece ser contraditório com o que foi apresentado aqui?

Resposta parcial: não é contraditório. Tente entender fazendo um desenho

PROFESSOR DANILO

REFRAÇÃO – TERCEIRO ANO – 22/03/2024

**PRISMAS**

**Prisma – introdução**

Classificação

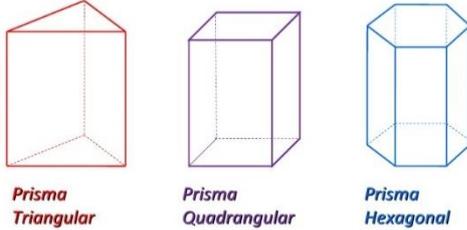


Figura 14: disponível em: <https://3.bp.blogspot.com/-NdqnlIPVzMU/V7XxlTS9wI/AAAAAAAAAL8/r1rmj5EgbMMPoO/S6ffqqevGxrlr72mfQCLcB/s1600/prismas-3-728.jpg>

Na física vamos trabalhar apenas com o prisma de base triangular e o representaremos por um simples triângulo

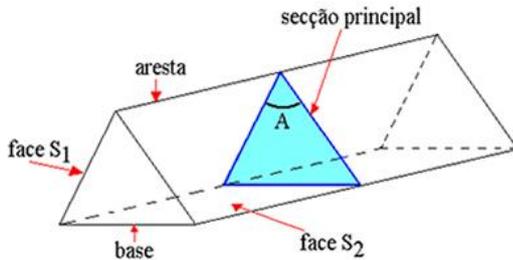


Figura 15: Disponível em: <http://alunosonline.uol.com.br/upload/conteudo/imagens/prisma-triangular.jpg>

Chamaremos o ângulo de abertura  $\hat{A}$  do prisma de ângulo de refração do prisma

**Dispersão**

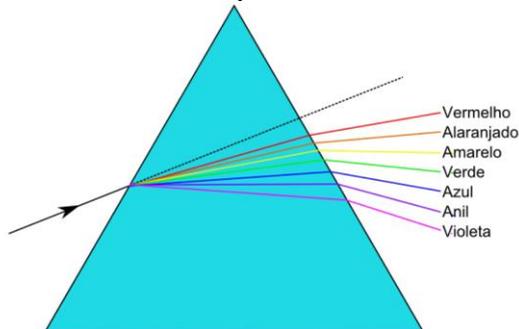


Figura 16: Raio luminoso, vindo do sol, sofre uma dispersão quando atravessa por um prisma de base triangular

**Desvio mínimo**

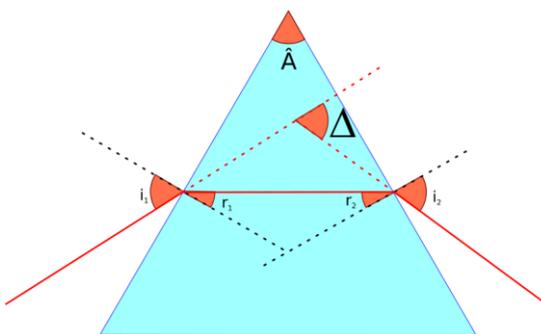


Figura 17: Desvio de um raio quando passa por um prisma de base triangular. Se o ângulo de incidência em na face do raio incidente for igual ao ângulo de emergência ( $i_1 = i_2$ ) e, conseqüentemente, o ângulo de refração na primeira for igual ao de incidência na segunda ( $r_1 = r_2$ ), então o desvio  $\Delta$  ("delta" em maiúsculo) terá o valor mínimo ( $\delta$  - ou "delta" em minúsculo)

Chamamos de desvio  $\Delta$  o desvio angular sofrido pelo raio incidente ao atravessar o prisma

$$\Delta = i_1 - r_1 + i_2 - r_2$$

$$A + (90^\circ - r_1) + (90^\circ - r_2) = 180^\circ \Rightarrow A = r_1 + r_2$$

Se variarmos o ângulo de incidência,  $\Delta$  poderá ter um valor mínimo que chamaremos de  $\delta$

Na condição de desvio mínimo, temos que

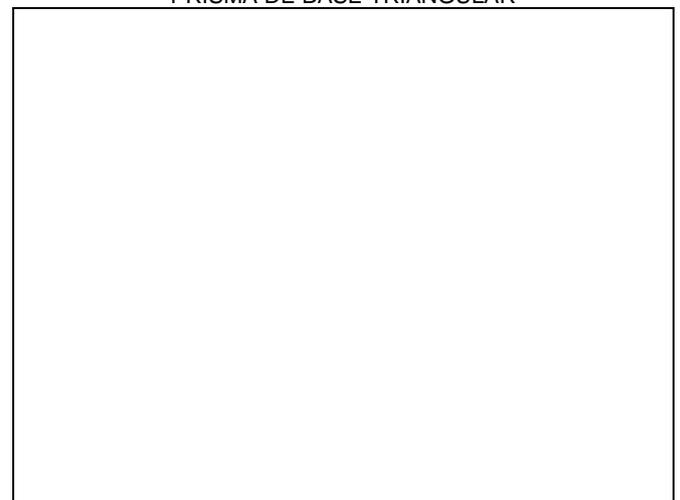
$$\begin{cases} i_1 = i_2 = i \\ r_1 = r_2 = r \end{cases}$$

Portanto, para a situação de desvio mínimo:

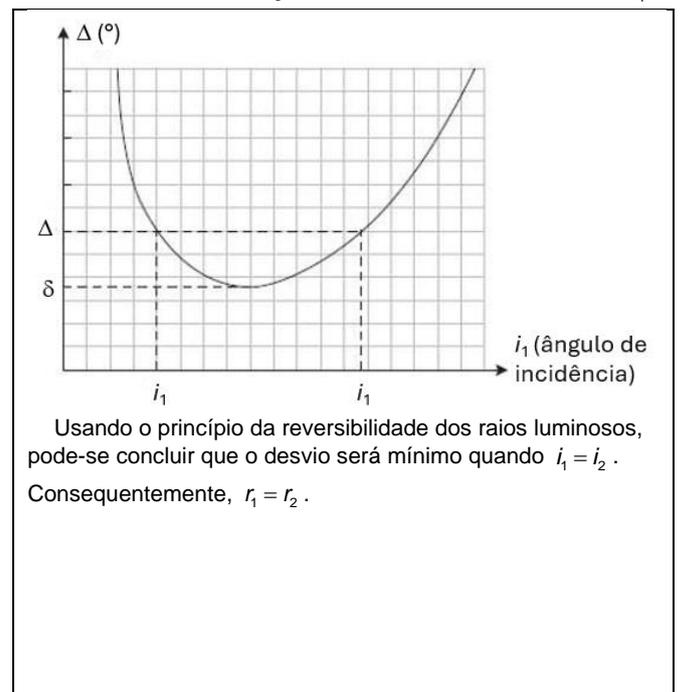
$$\begin{cases} A = 2r \\ \delta = i_1 - r_1 + i_2 - r_2 = 2i - 2r \end{cases} \Rightarrow \delta = 2i - A$$

Vamos fazer isso juntos.

**Q. 9 – DESVIO DE UM RAIOS LUMINOS AO ATRAVESSAR UM PRISMA DE BASE TRIANGULAR**



**Q. 10 – DESVIO MÍNIMO: OBSERVE O GRÁFICO QUE EXIBE O DESVIO  $\Delta$  EM FUNÇÃO DO ÂNGULO DE INCIÊNCIA  $i_1$**



Usando o princípio da reversibilidade dos raios luminosos, pode-se concluir que o desvio será mínimo quando  $i_1 = i_2$ .

Conseqüentemente,  $r_1 = r_2$ .

**EXERCÍCIOS**

Lista: Prismas e dispersão cromática